

# Cognitieve vaardigheden in het examen VWO-wiskunde I 1977; een factoranalyse<sup>1)</sup>

Drs. S. P. van 't RIET

## *Inleiding (1)*

De samenstelling van een eindexamen kan men van verschillende kanten benaderen. Zo kan men trachten na te gaan in welke mate het examen in een vak representatief is voor het examenprogramma of voor het gegeven onderwijs. Ook kan men onderzoeken, hoe de docenten moeilijkheidsgraad, keuze van onderwerpen, volgorde van vraagstukken en dergelijke beoordelen<sup>2)</sup>. Voorts zou men kunnen evalueren, in hoeverre het examen voldoet aan eisen van juiste taalkundige formulering of aan criteria van testtheoretische aard.

Een geheel andere benadering is gekozen voor dit artikel en het onderzoek, dat er aan ten grondslag ligt, namelijk de vraag op welke cognitieve vaardigheden het examen VWO-Wiskunde I een beroep doet. Daartoe is een factoranalyse uitgevoerd op examenresultaten van 93 leerlingen 6 VWO 1976/77 van het Comenius College te Hilversum. Ondanks de psychometrische gebreken, die aan dit beperkte onderzoek kleven, lijken de resultaten ervan wel degelijk enig verhelderend inzicht te geven in de samenstelling van dit examen in het bijzonder en zelfs van het examenprogramma in het algemeen.

Daar veel lezers van Euclides waarschijnlijk niet op de hoogte zijn van de factoranalytische methode, is een korte beschrijving van de voor dit onderzoek gebruikte procedure opgenomen.

## *Vraagstellingen (2)*

In vele studies van schoolprestaties vindt men een duidelijk onderscheid tussen taalkundige en wis- en natuurkundige vaardigheden van leerlingen<sup>3)</sup>. Men zou nu de vraag kunnen stellen, in hoeverre een dergelijk onderscheid nog terug te vinden is in de vaardigheden, waarop een zeer homogeen examen als dat in wiskunde een beroep doet. Met name de toevoeging van het onderdeel waarschijnlijkheidsrekening en statistiek aan het examenprogramma VWO-Wiskunde I lijkt deze vraag te rechtvaardigen, gezien de minder formele formulering van de opdrachten in dit onderdeel, met hun in meer alledaags Nederlands gestelde gegevens en probleemstellingen. Het vermoeden rijst dan ook, dat juist deze examenonderdelen een groter beroep doen op taalkundige vaardigheden dan de andere. De eerste vraagstelling is nu dus of hiervan iets terug te vinden is in de examenresultaten van de leerlingen.

Voorts is het de laatste jaren in het onderwijs gebruikelijk geworden met allerlei cognitieve categorieën te werken<sup>4</sup>). Ook in de wiskundendidactiek is deze werkwijze ingevoerd door Van Dormolen<sup>5</sup>). Dit gebruik van cognitieve categorieën gebeurt meestal erg intuïtief en meer vanuit de subjektieve ervaring van de leraar, dan vanuit een meer objectieve bestudering van het leerlingengedrag. Ongetwijfeld is deze belangstelling voor cognitieve categorieën een positief gevolg van de ontwikkeling, die in het recente verleden in het wiskundeonderwijs heeft plaatsgevonden van routinegericht naar inzichtgericht onderwijs, een ontwikkeling die nog steeds niet is uitgewerkt. Met name dit onderscheid tussen kennis/routine enerzijds en begrip/inzicht/problem-solving anderzijds wordt in de praktijk van het wiskundeonderwijs veel gehanteerd en door de meeste docenten als een bruikbare indeling bij het leren en onderwijzen van wiskunde gezien. Daar het hanteren van dit onderscheid ook bij de opstelling van examens een rol zal spelen, ligt het voor de hand de vraag te stellen of beide leervormen in de examenresultaten van leerlingen zijn terug te vinden. Dit is dan de tweede vraagstelling. Gezien de beperkte aard van het gedane onderzoek leek het niet zinvol een grotere differentiatie van cognitieve vaardigheden in de vraagstelling op te nemen.

### *Opzet van het onderzoek (3)*

Om bovenstaande vraagstellingen te onderzoeken is gebruik gemaakt van de factoranalytische methode, een methode van empirisch-statistisch onderzoek, die om twee redenen bij de vraagstellingen aansluit.

Ten eerste kan men met factoranalyse nagaan, in hoeverre uit de literatuur bekende vaardigheden, die met speciale tests gemeten kunnen worden, in het te onderzoeken testgedrag een rol spelen. Dit sluit aan bij de eerste vraagstelling. Taalkundige vaardigheden zijn in ons onderzoek gemeten met behulp van bepaalde talenonderdelen van het examen. De scores op die onderdelen zijn samen met de scores op de wiskundeonderdelen van het examen in de analyse betrokken, waardoor een beeld ontstaat over de aard van de onderlinge samenhang.

Ten tweede kan men met factoranalyse onderzoeken of het testmateriaal zo is samengesteld, dat men er dat testgedrag mee meet, dat men beoogt te meten. Dit sluit aan bij de tweede vraagstelling. Daar er geen tests voorhanden waren, die de bij het examen beoogde vaardigheden kennis/routine en inzicht/problem-solving zuiver meten, moet hier dus getracht worden door vergelijking van de resultaten van de factoranalyse met de interpretatie van het testmateriaal (de examenonderdelen) tot konklusies te komen.

Daar de onderzoeksmogelijkheden beperkt waren, is de volgende opzet gerealiseerd. Als te onderzoeken examen is gekozen het examen VWO-Wiskunde I van 12 mei 1977, daar de homogeniteit van het examenprogramma een minder gekompliceerde situatie doet vermoeden, dan b.v. verwacht kan worden bij een examen HAVO-Wiskunde, waarvoor het examenprogramma heterogener is. De 12 verschillende onderdelen van dit examen, gescoord volgens de bijbehorende normen, deden dienst als de eerste 12 geobserveerde variabelen en vormden het eigenlijke object van onderzoek. In verband met de eerste vraagstelling is voorts gebruik gemaakt van 4 tot het eindexamen behorende talenonderdelen (variabelen

13 t/m 16) en van de 3 gehouden schoolonderzoeken Wiskunde I (variabelen 17, 18 en 19). Op deze wijze was de kans het grootst om tot tenminste een taal- zowel als een wiskundefactor te komen, zodat de sommen van het wiskunde-examen in ieder geval op twee factoren vergeleken konden worden. Voor alle vier de talen-onderdelen moest een tekst worden gelezen, waarna met begrip van die tekst een opdracht moest worden uitgevoerd, een situatie overeenkomstig die van het wiskunde-examen. In aanmerking kwamen van elk van de vakken Nederlands en Engels een schoolonderzoek en een onderdeel van het centraal schriftelijk. Voor de SO-cijfers is voor alle leerlingen genomen het oorspronkelijk behaalde cijfer. De hertentamenregeling was aan veel beperkingen onderhevig en slechts na afloop van alle SO'n van toepassing op een beperkt aantal leerlingen. De slechts twee leerlingen, die wel wiskunde, maar geen Engels in hun pakket hadden, zijn uit het onderzoek weggelaten. Alle leerlingen zijn in alle vakken aan dezelfde SO'n onderworpen, die volgens tevoren opgestelde normen zijn nagekeken. De SO'n wiskunde omvatten resp. de volgende onderdelen: 1. Goniometrie en funktie-onderzoek; 2. Integraalrekening en krommen; 3. Differentiaalvergelijkingen en mathematische statistiek. Alle leerlingen hebben gedurende twee jaar de hele examenstof gedoceerd gekregen in vier verschillende groepen, elk met een eigen docent. De gebruikte methode was Moderne Wiskunde<sup>6</sup>).

Nadat alle gegevens verzameld waren, is onder auspiciën van Dr. A. Dirkzwager een factoranalyse uitgevoerd op de SARA-computer van de Vrije Universiteit te Amsterdam.

#### *Factoranalyse (4)*

Factoranalyse is een statistische methode om een groot aantal geobserveerde variabelen te herleiden tot een kleiner aantal hypothetische variabelen, waardoor een duidelijker beeld ontstaat van de onderlinge samenhang van deze geobserveerde variabelen. Daar de geobserveerde variabelen in het algemeen niet statistisch onafhankelijk zijn, heeft elk een gedeelte van zijn variantie gemeen met een aantal van de andere. Deze gemeenschappelijke variantie maakt het mogelijk op zoek te gaan naar hypothetische variabelen, die voor de gemeenschappelijke variantie verantwoordelijk gesteld kunnen worden. Deze hypothetische variabelen noemen we factoren. De geobserveerde variabelen worden nu verondersteld een lineaire combinatie te vormen van de factoren. Een factoranalyse levert dan voor elke geobserveerde variabele en elke factor een coëfficiënt of factorlading op, die bepalend is voor de mate, waarin de betreffende factor bijdraagt aan de variantie van de betreffende geobserveerde variabele. Deze coëfficiënten, verzameld in de z.g. factorpatroonmatrix, maken het nu mogelijk de geobserveerde variabelen te interpreteren in termen van de factoren. Hierbij worden meestal alleen die factoren betrokken, die de grootste hoeveelheid variantie verklaren en nog zinvol in het kader van een bepaalde theorie passen.

Er bestaan verschillende procedures om factoren te extraheren. In dit onderzoek is gebruik gemaakt van de principal components analysis (PCA). Nadat men de geobserveerde variabelen gestandaardiseerd heeft, bepaalt men onder bepaalde randvoorwaarden die lineaire combinatie van de geobserveerde variabelen, die

de meeste variantie verklaart. Door deze lineaire combinatie als nieuwe variabele op te vatten en te standaardiseren vindt men de eerste factor. Trekt men nu de bijdrage van deze eerste factor van de geobserveerde variabelen af en herhaalt men bovenstaande procedure op de aldus verkregen residuele variabelen, dan vindt men de tweede factor, enz. Een PCA heeft twee voordelen. Ten eerste treedt er vanaf het begin een maximale ophoping van variantie op in de eerste factoren. Ten tweede verkrijgt men orthogonale factoren, d.w.z. factoren die statistisch onafhankelijk zijn, daar een volgende factor slechts variantie verklaart, die niet door de vorige factoren verklaard wordt. Een nadeel van de PCA is, dat alle geobserveerde variabelen in het algemeen hoog scoren op de eerste factor, die daardoor een erg algemeen karakter krijgt en dan vaak weinig tussen de geobserveerde variabelen discrimineert. Dit bezwaar kan men ondervangen door na afloop van de PCA een rotatie uit te voeren op een aantal factoren. Hierbij wordt, met behoud van dezelfde hoeveelheid verklaarde variantie, het lineaire verband tussen de geobserveerde variabelen en de factoren gewijzigd. In dit onderzoek is dit gebeurd met de varimax-methode. Deze handhaaft de orthogonaliteit van de factoren en zorgt ervoor, dat elke factor slechts bijdraagt aan de variantie van een minimaal aantal geobserveerde variabelen. M.a.w. na een varimax-rotatie kan elke factor geïnterpreteerd worden met behulp van een klein aantal geobserveerde variabelen.

Naast PCA en varimax-rotatie zijn er verschillende andere procedures voor factorextractie en rotatie. Het werken met factoranalyse kent daarom een aantal beslissingsmomenten, die van invloed zijn op de uitkomst van de analyse. Bovendien moeten de aan het licht gebrachte verbanden na afloop geïnterpreteerd worden in het kader van bestaande of nog te ontwikkelen theorieën. Ook deze interpretaties kunnen vaak zeer uiteenlopend zijn<sup>7)</sup>. Samenvattend kan gesteld worden, dat factoranalyse geen panacee tot de waarheid is, maar een van de vele nuttige statistische hulpmiddelen, die ons in staat stellen ons inzicht in bepaalde verbanden in de werkelijkheid te vergroten. Voor een gedetailleerder behandeling van factoranalyse zie men b.v. Mulaik<sup>8)</sup>.

### *Resultaten en interpretatie (5)*

Eerst is van alle 19 variabelen het gemiddelde en de standaarddeviatie berekend. In tabel 1 is hiervan een overzicht gegeven. Vervolgens is een PCA gemaakt, die al direct voor de eerste twee factoren een interessant resultaat opleverde. De factorladingen op deze factoren  $F_1$  en  $F_2$  ziet men eveneens in tabel 1. In figuur 1 is een afbeelding van de 19 variabelen gemaakt in het vlak van  $F_1$  en  $F_2$ . Duidelijk is het onderscheid te zien tussen een wiskundefactor  $F_1$  en een taalfactor  $F_2$ . Voorts valt op, dat de examensom 3 (var. 7, 8 en 9) over mathematische statistiek (MS) zich t.o.v. de andere sommen uitzonderlijk gedraagt en tamelijk sterk de kant van de taalfactor uittrekt. Kennelijk wordt bij het oplossen van deze MS-som veel geëist van de taalkundige vaardigheden van de leerlingen, hetgeen begrijpelijk is als men de teksten van de vier examensommen vergelijkt. De tekst van som 3 is de langste en maakt het minst gebruik van wiskundige symbolen en notaties. Vertaling van het alledaagse probleem in een wiskundig probleem is het eerste, dat van de leerling geëist wordt bij het oplossen van deze som.

var.	examen- onderdeel	gemiddelde	stand. dev.	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>
1	som 1a	8,16	1,98	.69	-.02	.35	.61	.07
2	som 1b	4,75	1,61	.47	-.05	-.05	.71	.01
3	som 1c	4,11	2,45	.59	-.12	.31	.55	-.04
4	som 2a	3,96	2,81	.64	.05	.36	.51	.16
5	som 2b	2,14	2,38	.54	-.16	.61	.17	.02
6	som 2c	4,69	2,72	.65	-.17	.35	.60	-.09
7	som 3a	4,77	4,38	.49	.23	.51	.09	.40
8	som 3b	1,02	1,78	.51	.19	.22	.43	.26
9	som 3c	3,80	2,33	.32	.49	-.17	.49	.45
10	som 4a	5,11	2,28	.48	-.20	.62	.09	-.01
11	som 4b	4,03	2,96	.62	-.17	.57	.34	.00
12	som 4c	1,10	1,99	.53	-.27	.70	.10	-.06
13	SO NE	66,46	17,01	-.03	.63	.13	-.35	.70
14	CS NE	62,94	10,15	.04	.66	-.29	.17	.59
15	SO EN	52,62	11,44	.39	.66	.03	.32	.69
16	CS EN	64,81	13,57	.21	.60	.14	-.02	.68
17	1e SO W	59,33	15,50	.80	-.22	.61	.56	-.05
18	2e SO W	69,71	15,39	.79	.00	.45	.65	.13
19	3e SO W	75,31	14,55	.81	-.03	.62	.50	.15

Tabel 1. De getallen zijn afgerond op twee decimalen

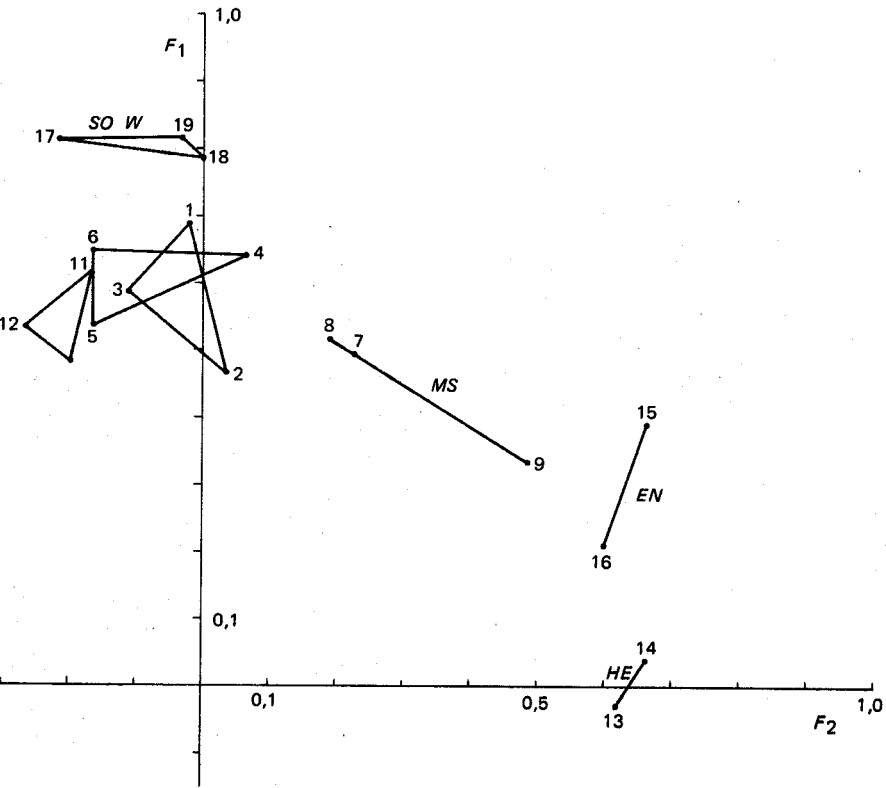


Fig. 1

Na de PCA is een varimax-rotatie uitgevoerd op de eerste drie factoren. De nieuwe factoren  $F_1$ ,  $F_2$  en  $F_3$  profileerden het zojuist gevonden beeld nog meer. De nieuwe factor  $F_3$  is een sterkere taalfactor, waarop de *MS*-som een hogere lading heeft. De ladingen in tabel 1 doen bovendien  $F_1$  en  $F_2$  kennen als twee nieuwe wiskundefactoren. In figuur 2 zijn de 19 variabelen geprojecteerd in het vlak van  $F_1$  en  $F_2$ . De interpretatie van deze twee factoren is moeilijker dan die van  $F_3$ , omdat er geen referentievariabelen zijn, die als min of meer factorzuiver beschouwd kunnen worden. Men kan echter aan de hand van de volgende vragen tot een interpretatie komen: 1. Waarom ligt som 4 (var. 10, 11 en 12) dicht bij  $F_1$  en som 1 (var. 1, 2 en 3) dicht bij  $F_2$ ? 2. Waarom heeft som 4b (var. 11) een hogere lading op  $F_2$  dan som 4a en 4c (var. 10 en 12); waarom heeft som 2b (var. 5) een hogere lading op  $F_1$  en een lagere lading op  $F_2$  dan som 2a en 2c (var. 4 en 6); waarom heeft som 1b (var. 2) een lagere lading op  $F_1$  dan som 1a en 1c (var. 1 en 3)? Ten aanzien van vraag 1 valt op grond van kennis van het gegeven onderwijs en het gegeven examen op, dat som 1 van een type is, dat meer geoefend is en waarvan de oplossing aan duidelijk omschreven regels moet voldoen. Som 4 is echter van een type, dat veel minder geoefend is en een opener, problematischer karakter heeft. Het ligt in eerste instantie dus voor de hand  $F_2$  te identificeren met begrippen als routine, kennis, oefening en  $F_1$  met begrippen als inzicht, begrip, problem-solving. Dit beeld wordt bevestigd, als men de subsommen vergelijkt aan

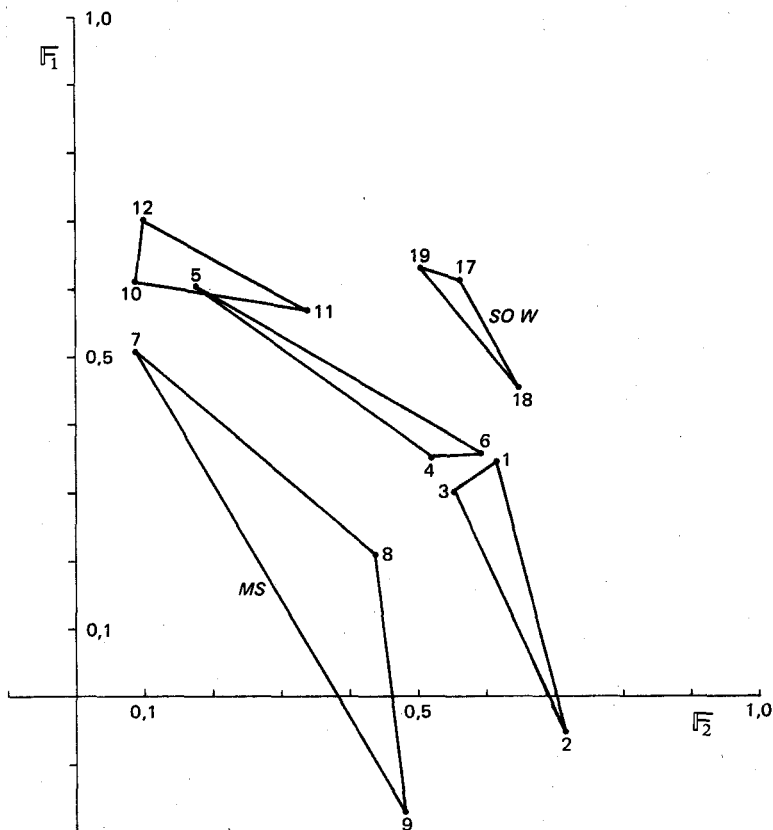


Fig. 2

de hand van vraag 2. De parameterberekening van som 4a en 4c (var. 10 en 12) hebben een meer probleemoplossingskarakter dan de vergelijking van som 4b (var. 11), die een beroep doet op routinehandelingen. Om het juiste bewijs bij som 2b (var. 5) te leveren moet de leerling over veel inzicht beschikken in de logische relaties, terwijl som 2a en 2c (var. 4 en 6) veel meer een beroep doen op routine en kennis. De eenvoudige oppervlakteberekening in som 1b (var. 2) is vrijwel volledig zonder inzicht uit te voeren, terwijl som 1a en 1c (var. 1 en 3) een sterk beroep doen op kennis en routine, maar door de omvang der gegevens inzicht of begrip waarschijnlijk niet geheel kunnen missen. Dit alles rechtvaardigt de veronderstelling, dat we te doen hebben met twee wiskundefactoren, die omschreven kunnen worden als een kennis/routinefactor (F2) en een inzicht/problem-solvingfactor (F1).

Deze interpretatie heeft voor som 3 MS (var. 7, 8 en 9) interessante consequenties. De toetsing van som 3c (var. 9) bevat voor de leerling kennelijk twee cognitieve stappen, n.l. vertaling van een alledaags probleem in een wiskundig probleem (hoge score op F3), waarna de oplossing geheel een routinezaak is (lage score op F1, hoge score op F2). Met de berekening van de kansverdeling in som 3a (var. 7) is naast een vertaalprobleem (hoge score op F3) een meer inzichtelijk wiskundig vraagstuk gemoeid (hoge score op F1, lage score op F2). De kansvergelijking in som 3b (var. 8) scoort op alle drie factoren enigszins. In hoeverre dit kenmerken van de opdrachten zelf, of van het gegeven onderwijs, dan wel van een combinatie van die twee zijn, is niet duidelijk. In tabel 2 is bovenstaande nog eens schematisch bijeengebracht.

examenonderdeel		inzicht/ problem-solving	kennis/ routine	taal
som	omschrijving			
1a	functieonderzoek	+	+	
1b	oppervlakteberekening		+	
1c	differentieerbaarheid	+	+	
2a	krommeonderzoek	+	+	
2b	symmetriebewijs	+	+	
2c	asymptoten + grafiek	+	+	
3a	kansverdeling	+		+
3b	kansvergelijking	+	+	+
3c	hypothesetoetsing		+	+
4a	parameterberekening	+		
4b	ongelijkheid	+	+	
4c	parameterberekening	+		

Tabel 2. + is een factorlading groter dan .20 en kleiner dan .50.  
++ is een factorlading groter dan .50.

Een varimax-rotatie op de eerste vier factoren was waarschijnlijk door het ontbreken van andere referentievariabelen dan talenttests niet meer zinvol te interpreteren. Al met al leidt het bovenstaande ons tot enkele algemene konklusies.

### Konklusies (6)

1. Ten aanzien van de eerste vraagstelling levert het onderzoek de sterke indika-

tie op dat taalkundige vaardigheden een belangrijke rol kunnen spelen in het wiskundeonderwijs en bij de toetsing van de resultaten van dat onderwijs. Dit effect is echter vooral te danken aan de MS, het enige onderdeel toegepaste wiskunde op het examenprogramma. Pleidooien als van Freudenthal<sup>9)</sup> en het bestuur van de Vereniging van Wiskundeleraren<sup>10)</sup> voor een aan de realiteit georiënteerde, toepasbare wiskunde in het onderwijs krijgen hierdoor een extra dimensie. Als men ervan uitgaat, dat met name A-leerlingen van de taalkomponent in dergelijke vormen van wiskundeonderwijs kunnen profiteren, is een uitbreiding van de mogelijkheden in deze richting een middel om het wiskundeonderwijs voor een grotere groep leerlingen toegankelijk te maken zonder dat de relevantie van dat onderwijs daaronder hoeft te lijden. De plannen van de Subcommissie Bovenbouw van de CMLW om tot de vakken wiskunde A en B te komen<sup>11)</sup>, vinden in deze overwegingen zeker steun.

2. Een tweede punt ten aanzien van de rol der taalkundige vaardigheden in het wiskundeonderwijs is de vraag, hoe men voor de betreffende onderwerpen naast kennis/routine en inzicht/problem-solving juist ook deze taalkomponent in het onderwijsleerproces tot zijn recht kan laten komen. Voor toegepaste vormen van wiskunde zal de wiskundendidactiek er dus een onderwerp bij moeten krijgen. Hoe kan men de leerlingen de geëigende taalkundige vaardigheden bij brengen?

3. Wat betreft de tweede vraagstelling lijkt het vinden van twee wiskundefactoren, kennis/routine en inzicht/problem-solving, niet direkt spectaculair. Toch wordt hierdoor o.i. met meer objectieve middelen een basis gelegd voor het gebruik van cognitieve categorieën in het wiskundeonderwijs. Het onderzoek is een demonstratie van de wijze waarop men zinvol research kan doen naar onderwijsresultaten in de wiskunde en de wijze waarop die tot stand komen. In vervolgonderzoek zou men meer systematisch het werken met cognitieve categorieën kunnen evalueren en verbeteren. Een veelheid van vraagstellingen doemt hier op. Zijn kennis/routine en inzicht/problem-solving de enige cognitieve vaardigheden, die met factoranalyse in wiskundig leerlingengedrag gevonden kunnen worden? Of is met een uitgebreidere onderzoeksopzet, b.v. door gebruik van meer referentiev variabelen, aan te tonen, dat beide categorieën verzamelingen van subvaardigheden zijn? Welk verband bestaat er tussen wiskundige vaardigheden en intelligentiefactoren van individuele leerlingen? Welk verband is er tussen de wijze, waarop de leerling heeft les gehad en zijn score op de verschillende factoren? Zijn cognitieve factoren geschikt voor prediktieve doeleinden? Enz.

4. Tenslotte nog een opmerking over het examen als zodanig. Het evenwicht tussen training en inzicht, dat met de vernieuwing van het wiskundeonderwijs is nagestreefd, wordt door het onderzoek in dit examen zeer goed teruggevonden. Uit het oogpunt van de gevonden cognitieve vaardigheden lijkt het een evenwichtig examen. Wel schept de taalfactor in de MS o.i. verplichtingen t.a.v. de toekomst: Om de examens vergelijkbaar te houden, zal dit onderwerp op volgende examens op overeenkomstige wijze getoetst moeten worden.

#### *Slotopmerkingen (7)*

1. Methodologisch is er op het onderzoek nogal wat aan te merken. Bij de kon-



struktie van de meeste tests is geen of weinig rekening gehouden met testtheoretische eisen. De normeringen voor de beoordeling waren niet al te gedetailleerd. Het werk is door verschillende docenten gekorrigeerd. Voor de examenonderdelen wiskunde (var. 1 t/m 12) is het cijfer van de eerste korrektie genomen. De tests zijn afgenomen op verschillende data en onder verschillende omstandigheden. Dit alles doet twijfelen aan de betrouwbaarheid van de testscores. Desondanks zijn de percentages door de eerste drie factoren beschreven variantie zowel in totaal (49,8%), als per variabele (de kommunaliteiten varieerden van .30 tot .70 met een mediaan van .47) tamelijk hoog. De uitkomsten maken dan ook een consistente indruk: De talenonderdelen gedragen zich zeer homogeen, evenals de wiskundeonderdelen; ook de *MS*-som vertoont in zijn geheel een afwijkend gedrag. Het beeld van  $F_1$ ,  $F_2$  en  $F_3$  tenslotte heeft veel overeenkomst met dat van  $F_1$  en  $F_2$ .

2. Een gebrek aan referentievariabelen maakt de interpretatie van de factoren onzeker. Toekomstig onderzoek zal op dit punt beter moeten worden opgezet, waardoor het wellicht tevens mogelijk wordt meer factoren in de interpretatie te betrekken.

3. Ook ten aanzien van de generaliseerbaarheid is voorzichtigheid geboden. Vooralsnog mag het gegeven onderwijs representatief geacht worden voor het grootste gedeelte van het VWO-Wiskunde I-onderwijs in Nederland. Onderzocht is dit echter niet. Gemeld zij nog, dat het percentage A-leerlingen in de onderzochte groep 30% bedroeg.

- <sup>1)</sup> Met dank aan Dr. A. Dirkzwager voor zijn waardevolle adviezen bij het schrijven van dit artikel.
- <sup>2)</sup> Zie b.v.: Het centraal schriftelijk examen VWO-Wiskunde I van mei 1976, Euclides 52, 1976/1977, p. 241-248.
- <sup>3)</sup> Zie b.v.: A. Dirkzwager, Intelligentie en schoolprestaties, Swets en Zeitlinger, 1966.
- <sup>4)</sup> Zie b.v.: B. S. Bloom e.a., Taxonomie van een aantal in het onderwijs en de vorming gestelde doelen; I. Het cognitieve gebied, Universitaire Pers, Rotterdam, 1971.
- <sup>5)</sup> J. van Dormolen, Didactiek van de wiskunde, Oosthoek, 1974.
- <sup>6)</sup> G. Krooshof e.a., Moderne Wiskunde Deel 9 VWO, Wolters-Noordhoff, 1972.  
Auteursgroep Jagt, Mathematische statistiek, Experimentele uitgave, Deel 1 en 2, Wolters-Noordhoff, 1974.
- <sup>7)</sup> Zie b.v. de discussie over Thurstones perceptiefactoren in: P. J. Hetteema, Stijkenmerken in de waarneming, Hoofdstuk 3, Swets en Zeitlinger, 1966.
- <sup>8)</sup> S. A. Mulaik, The foundations of factor analysis, Mc-Graw-Hill, 1972.
- <sup>9)</sup> Prof. Dr. H. Freudenthal, Waarschijnlijkheid en statistiek op school, Euclides 49, 1973/1974, p. 246.
- <sup>10)</sup> Het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, Wat hebben zes jaar vernieuwing ons gebracht?, Euclides 51, 1975/1976, p. 11-16.
- <sup>11)</sup> J. van Lint, Rapportage vanuit de subcommissie bovenbouw van de C.M.L.W., Euclides 50, 1974/1975, p. 385-387.