

Setvorming en wiskundeonderwijs

I Einstellung en rigiditeit bij het oplossen van wiskundige vraagstukken

S. P. VAN 'T RIET

1 Inleiding

Dit is het eerste van een aantal artikelen die ik van plan ben te schrijven over het verschijnsel 'setvorming', speciaal bij het oplossen van wiskundige vraagstukken. Al vanaf het einde van de vorige eeuw is dit verschijnsel object van onderzoek in de Westeuropese psychologie. Droeg het daar de naam 'Einstellung', later is het verschijnsel ook een topic geworden van de Amerikaanse psychologie, nu onder de naam 'seteffect'. In het kader van mijn studie Cognitieve Psychologie aan de Vrije Universiteit te Amsterdam heb ik in het voorjaar van 1978 naar dit verschijnsel een onderzoek gedaan, met name op het terrein van het oplossen van wiskundige vraagstukken. Op dit onderzoek, dat de aanleiding vormt tot deze artikelen in Euclides, hoop ik in een latere aflevering terug te komen. In dit eerste artikel zal ik de begrippen 'setvorming', 'Einstellung' en 'rigiditeit' invoeren. Vervolgens wordt een onderzoeksinstrument besproken dat veel gebruikt is om het setverschijnsel te bestuderen. Daarna plaats ik een aantal kanttekeningen bij de waarde die men het setverschijnsel moet toekennen. De lezer zal het meest geïnteresseerd zijn in de konsekwenties die theorieën en onderzoek op het gebied van setvorming kunnen hebben voor de konkrete praktijk van het wiskunde-onderwijs. Ook aan dat probleem hoop ik in een slotartikel aandacht te kunnen besteden.

2 Setvorming: Einstellung en rigiditeit

De begrippen waar het in dit artikel om gaat, zal ik invoeren met behulp van een aantal voorbeelden.

1 In een tweede klas vwo maakte ik eens het volgende mee.

Een leerling had enige sommen gemaakt, waarbij het antwoord steeds een wortelvorm had, b.v. $\sqrt{7,3}$. Deze wortel zocht hij op in een tabel alvorens aan de volgende som te beginnen. Op een bepaald moment kreeg hij het antwoord $\sqrt{1}$. Verontrust riep hij mij te hulp met de opmerking dat de som niet uitkwam, want $\sqrt{1}$ was niet te vinden in zijn tabel!

Dit voorbeeld nu vertoont alle kenmerken van wat we in de leer- en denkpsychologie een 'set' noemen: De leerling heeft in een aantal opvolgende opgaven een bepaalde methode van oplossen toegepast (wortelgetallen benaderen met behulp van een tabel) en is zo gefixeerd op die methode, dat zijn

direkte ervaring ermee hem verhindert in een van de volgende opgaven van deze methode af te stappen, zelfs als het antwoord heel gemakkelijk anders te bepalen is. De set, dit is het vastzitten aan een bepaalde oplossingsmethode, leidt hier zelfs tot wat we *rigiditeit* noemen: De leerling verkeert erdoor in een impasse, waar hij niet op eigen kracht uitkomt. Mijn antwoord aan hem was: 'Weet je dan niet wat $\sqrt{1}$ is?' Deze vraag leek de set te doorbreken, want na enig aandachtig inspekteren van $\sqrt{1}$ klaarde zijn gezicht op en riep hij uit: 'O ja, één natuurlijk!' Wie denkt dat dit een domme of weinig gemotiveerde leerling betrof, vergist zich: Het was een van mijn intelligentste en ijverigste leerlingen.

2 Vrijwel alle leerboeken behandelen terecht bij het oplossen van kwadratische vergelijkingen eerst het ontbinden in factoren en later de abc-formule. Men ontmoet nogal eens leerlingen die na de behandeling van de abc-formule alle kwadratische vergelijkingen met die methode trachten op te lossen, zelfs zeer eenvoudige vergelijkingen als $x^2 + 3x = 0$. Bij navraag blijkt dit meestal geen bewuste keuze voor een universele, algoritmische oplossing, maar een gevolg van het maken van vele sommen die ononderbroken met de abc-formule moesten worden opgelost. De leerling ontwikkelt dus een set op de abc-formule en blijkt niet de flexibiliteit te bezitten over te stappen op het veel eenvoudiger ontbinden in factoren. We kunnen hier echter moeilijk van rigiditeit spreken, daar de abc-formule de leerling niet in een impasse brengt. In dit geval spreken we van een *Einstellung*: De leerling ziet niet dat het vraagstuk eenvoudiger is op te lossen en werkt door met een ingewikkelde methode, die echter wel tot goede resultaten leidt.

We zien hier een belangrijk onderscheid tussen *Einstellung* en rigiditeit. Bij *Einstellung* werkt de leerling door met methode A, terwijl er een eenvoudiger methode B is, die hij wel kent, maar waarvan hij de bruikbaarheid tengevolge van het veelvuldig werken met A niet meer ziet. Het doorwerken met A brengt hem niet in moeilijkheden. Anders is dit bij rigiditeit, waar het voorafgaande gebruik van methode A de leerling verhindert een eenvoudiger methode B te vinden, die hij wel kent, terwijl hij met A het probleem niet meer kan oplossen. Beide verschijnselen zullen we nu opvatten als aspecten van *setvorming*. Het verband tussen *Einstellung* en rigiditeit laat zich, zoals uit het bovenstaande blijkt, als volgt omschrijven: Rigiditeit is het onvermogen een *Einstellung* te overwinnen.

Alvorens *Einstellung* en rigiditeit nauwkeuriger te definiëren geef ik nog twee voorbeelden van aanverwante verschijnselen, die echter beide enigszins afwijken van wat we tot hier toe met *Einstellung* en rigiditeit hebben aangeduid.

3 In Moderne Wiskunde (Deel 7 voor vwo, 3e druk, p. 19) treffen we de volgende opdracht aan:

Vul in:

- a. $2^{\log 3} = a \Leftrightarrow \dots = \dots$, dus $2^{2\log 3} = \dots$
- b. $9^{3\log 5} = (3^{\dots})^{3\log 5} = 3^{\dots \times 3\log 5} = 3^{3\log \dots} = \dots$

c. Bereken:

1. $5^{5 \log 10}$

3. $49^{7 \log 3}$

5. $3^{2 \log 4}$

2. $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3} \log 2 \frac{1}{2}}$

4. $(\sqrt{5})^{5 \log 16}$

6. $(\frac{1}{6})^{\sqrt{6} \log 4}$

Tot en met c. 4. moet in alle opgaven de stap $g^{\log x} = x$ gedaan worden. Bij opgave c. 5. lukt dit echter niet meer. Het grondtal 3 is eventueel als een macht van 2 te schrijven, maar dit lost het probleem niet op. Mijn ervaring was dat vele leerlingen, tot de intelligentste toe, bij deze opdracht om hulp vroegen. Zij hadden in de voorgaande opgaven een set ontwikkeld en verkeerden in een impasse, waar zij niet op eigen kracht uitkwamen. De eenvoudige oplossing $3^{2 \log 4} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$ vereiste een doorbreking van de set op $g^{\log x} = x$. Dit is dus een voorbeeld van rigiditeit. Het setgedrag vertoont in deze opdracht echter een opvallende evolutie. Wordt aanvankelijk eenvoudig opgelost met $g^{\log x} = x$ (c. 1. en c. 2.), gaandeweg moet deze stap uitgesteld worden, waarbij men eerst een vorm moet vinden van waaruit deze stap genomen kan worden (c. 3. en c. 4.). De rigiditeit bestaat hier dus uit twee elementen: De stap $g^{\log x} = x$ lukt niet, maar ook het vinden van een vorm van waaruit deze stap mogelijk is, lukt niet. Deze gekomplieerde opbouw van de set zou wel eens zijn hardnekkigheid kunnen verklaren. Vandaar de rigiditeit bij vele leerlingen.

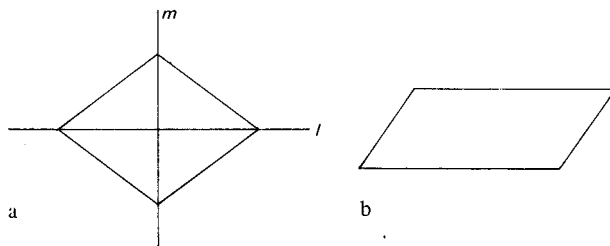
4 Kemme (1978) geeft een interessant voorbeeld van een setverschijnsel, dat min of meer tussen Einstellung en rigiditeit inligt. Studenten van een lerarenopleiding maken de volgende twee opgaven:

A Een figuur in het vlak heeft twee loodrechte assen van symmetrie. Bewijs dat de figuur ook puntsymmetrisch is.

B Als een vlakke figuur puntsymmetrisch is, zijn er dan ook twee onderling loodrechte spiegellijnen?

De oplossing van vraagstuk A luidt: $R_l(F) = F \wedge R_m(F) = F \Rightarrow R(F) = R_l \circ R_m(F) = R_l(F) = F$. In figuur 1a is een bijbehorend voorbeeld afgebeeld. In de oplossing staat R_l voor een spiegeling in de lijn l en R voor een puntspiegeling. Bijna alle studenten gaven deze oplossing.

Anders lag dit bij vraagstuk B. De ene helft van de studenten gaf de oplossing: Natuurlijk, want iedere puntspiegeling kan geschreven worden als een combinatie van twee lijnspiegelingen in loodrechte assen. De andere helft van de studenten gaf figuur 1b als tegenvoorbeeld.



Figuur 1. Een ruit heeft twee loodrechte assen van symmetrie en is dus puntsymmetrisch (a); een parallellogram is puntsymmetrisch, maar hoeft niet twee loodrechte assen van symmetrie te hebben (b).

We zien hier bij de eerste helft van de studenten een set, niet op een bepaalde oplossingsmethode, maar op een denknivo, namelijk het denknivo van de formele, abstracte bewijsvoering. De eenvoudige beantwoording van vraag B op het nivo van konkrete voorbeelden krijgen zij niet in het vizier. Echter ervaren zij bij het geven van hun oplossing waarschijnlijk geen impasse: Ze lossen het vraagstuk op, maar zien niet dat hun oplossing verkeerd is. Vandaar dat ik stelde dat het hier gaat om iets dat tussen Einstellung en rigiditeit in ligt. Waar het mij in dit voorbeeld evenwel om begonnen is, is dat setvorming in het wiskundige denken niet alleen een zaak is van het gebruiken van een oplossingsmethode op een bepaald denknivo, maar dat het verschijnsel zich ook voordoet in veel algemener zin, namelijk ten aanzien van de flexibiliteit waarmee men van het ene naar het andere nivo van wiskundig denken weet over te springen. Met deze laatste problematiek zal ik mij nu verder niet bezig houden.

3 De Einstellung- of E-test

Voordat ik een instrument bespreek waarmee het seteffect onderzocht kan worden, zal ik eerst de begrippen Einstellung en rigiditeit nader definiëren. Die definities zijn dan al toegespitst op mijn verdere onderzoek. Ze sluiten aan bij de voorbeelden 1 en 2 uit paragraaf 2. De voorbeelden 3 en 4 uit die paragraaf laten zien dat er ook andere, meer algemene definities van deze begrippen mogelijk zijn. Maar de verschijnselen waar het mij om begonnen is, worden nu eenmaal onderzocht met behulp van bepaalde onderzoeksinstrumenten. Men doet er nu goed aan bij de begripsdefiniëring en theorievorming terdege rekening te houden met de beperkingen waaraan de instrumenten onderhevig zijn. Mijn definities van Einstellung en rigiditeit zijn daarom zo geformuleerd dat ze nauw aansluiten bij een bepaalde onderzoeksopzet.

Definitie 1: Een persoon verkeert in een toestand van *Einstellung* als hij/zij in een aantal van n opvolgende situaties de reactie X verricht heeft en in de $(n + 1)$ ste situatie S eveneens reageert met reactie X , terwijl er een reactie Y bestaat, behorend tot het gedragspotentieel van die persoon, die in de situatie S efficiënter is dan de reactie X ; deze grotere efficiëntie moet hierin tot uiting komen, dat de proefpersoon de reactie Y bij voorkeur verricht zou hebben als de n voorafgaande situaties ontbroken hadden.

Definitie 2: Een persoon verkeert in een toestand van *rigiditeit* als hij/zij in een aantal van n opvolgende situaties de reactie X verricht heeft en in de $(n + 1)$ ste situatie S , waarin de reactie X niet adequaat meer is, geen van de reacties Y verricht, die wel adequaat zijn in S en tevens tot het gedragspotentieel van de persoon behoren; dat deze reacties Y tot het gedragspotentieel van de persoon behoren, moet hierin tot uiting komen, dat de persoon een reactie Y wel verricht zou hebben als de n voorafgaande situaties ontbroken hadden. Een onderzoeksinstrument dat geheel aansluit bij deze beide definities is de Einstellungstest of E-test van Luchins (1942). De E-test is opgebouwd uit een aantal aritmetische problemen, zogenaamde kannenproblemen. Bij een kannenprobleem worden de leerling (in het vervolg steeds proefpersoon genoemd)

vier getallen A , B , C en D gegeven, die inhouden voorstellen van respectievelijke kannen, b.v. $A = 20$, $B = 59$, $C = 4$ en $D = 31$. Daarnaast bestaat er een denkbeeldige kontainer met onbeperkte hoeveelheid vloeistof. De opdracht luidt nu om met behulp van de kannen A , B en C zo veel vloeistof uit de kontainer af te meten als nodig is om kan D precies te vullen. Overtollige vloeistof mag daarbij worden weggegooid. In ons voorbeeld moet de proefpersoon dus ontdekken dat dit mogelijk is door eerst kan B te vullen, daaruit de inhoud van kan A weg te gieten en vervolgens nog eens tweemaal de inhoud van kan C uit kan B te verwijderen. Het komt er op neer dat de proefpersoon een lineaire combinatie van de getallen A , B en C vindt, waarmee het getal D berekend kan worden. Hier: $B - A - 2C = D$.

Tabel 1 De taken van de E-test: Instructieprobleem (I), setproblemen (S), kritische problemen (K), extinktieprobleem (E).

	Pro- bleem	Inhoud van de kannen (in liters)				Regel om het probleem op te lossen: $D =$
		A	B	C	D	
I	1	29	3		20	$A - 3B$
S	2	21	127	3	100	$B - A - 2C$
	3	14	163	25	99	$B - A - 2C$
	4	18	43	10	5	$B - A - 2C$
	5	9	42	6	21	$B - A - 2C$
	6	20	59	4	31	$B - A - 2C$
K	7	23	49	3	20	$B - A - 2C$ of $A - C$
	8	15	39	3	18	$B - A - 2C$ of $A + C$
E	9	28	76	3	25	$A - C$
K	10	18	48	4	22	$B - A - 2C$ of $A + C$
	11	14	36	8	6	$B - A - 2C$ of $A - C$

In Tabel 1 is de gehele E-test schematisch weergegeven. Eerst wordt de proefpersonen een instructieprobleem voorgelegd, dat opgelost wordt met de regel $A - 3B = D$. Tevens wordt hiermee gedemonstreerd dat niet noodzakelijk alle drie de getallen A , B en C gebruikt hoeven te worden. Dan volgen vijf zogenaamde *setproblemen*. Dit zijn trainingsproblemen die de bedoeling hebben de set te vormen. De eenvoudigste oplossing voor al deze problemen is de regel $B - A - 2C = D$. De proefpersonen moeten deze regel zelf ontdekken. Zodra dit gebeurd is, gaan zij in het algemeen de volgende problemen er onmiddellijk mee te lijf. Dan is de set gevormd. Na deze setproblemen volgen er twee *kritische problemen*. Deze kunnen opgelost worden zowel met de regel $B - A - 2C = D$, als met een veel eenvoudigere regel, b.v. $A + C = D$. Op

deze twee problemen kan de proefpersoon dus Einstellung vertonen door de regel uit de setproblemen te blijven gebruiken. Stapt de proefpersoon echter over op de eenvoudiger regel dan is er sprake van doorbreking van de set. Na de kritische problemen volgt een *extinktieprobleem*. Dit is een probleem waarbij de regel uit de setproblemen niet adequaat meer is. Het extinktieprobleem kan evenwel opgelost worden met een eenvoudige regel als $A - C = D$. Op dit probleem kan de proefpersoon rigiditeit vertonen, doordat hij blijft werken met de regel uit de setproblemen en als gevolg daarvan niet tot een oplossing komt. Na het extinktieprobleem volgen gewoonlijk nog twee kritische problemen. Deze test wordt meestal klassikaal afgenomen. De proefleider legt met behulp van het instructieprobleem de proefpersonen uit hoe de problemen opgelost moeten worden. Vervolgens wordt om de $2\frac{1}{2}$ minuut een nieuw probleem op het bord geschreven, waarbij de proefpersonen het werken aan het voorgaande probleem moeten staken. De proefpersonen lossen de problemen op met behulp van pen en papier.

Bij het gebruik van de resultaten van deze E-test doet zich de volgende moeilijkheid voor. Er zijn altijd wel proefpersonen die falen de setproblemen op te lossen. Zij vormen dus geen set. Daarom gaat men bij de analyse van de resultaten alleen uit van de scores van die proefpersonen, die tenminste de laatste twee setproblemen hebben opgelost met de $B - A - 2C$ -regel. Luchins en Luchins (1959, p. 110) melden nu, dat van 1039 in hun analyse betrokken proefpersonen 83% Einstellung vertoonde op de kritische problemen, d.w.z. door bleef werken met de regel $B - A - 2C = D$.

Voorts vertoonde 64% rigiditeit op het extinktieprobleem, d.w.z. faalde het extinktieprobleem op te lossen. In contrast daarmee stonden de resultaten van 970 vergelijkbare proefpersonen die uitsluitend de kritische problemen en het extinktieprobleem kregen op te lossen. Op de kritische problemen gebruikte slechts 1% van hen de regel $B - A - 2C = D$, terwijl slechts 5% faalde het extinktieprobleem op te lossen. Deze verschillen zijn statistisch hoogst significant. We kunnen hieruit konkluderen dat we in de E-test een geschikt instrument bezitten om de verschijnselen Einstellung en rigiditeit nader te onderzoeken.

Met behulp van de E-test zijn in het verleden verschillende onderzoeken gedaan met de bedoeling factoren op te sporen, die het seteffect beïnvloeden. Een aantal van die onderzoeken zal ik in een volgend artikel bespreken. Tot slot van dit artikel wil ik enkele kanttekeningen maken bij de waarde die men aan de verschijnselen Einstellung en rigiditeit moet hechten.

4 Waardering van Einstellung en rigiditeit

Om te beginnen wil ik er op attenderen in de begrippen Einstellung en rigiditeit geen persoonlijkheidskenmerken te zien. Dat wil dus zeggen dat iemand die op de kritische problemen van de E-test Einstellung en op het extinktieprobleem rigiditeit vertoont, niet gekarakteriseerd mag worden als een rigide persoonlijkheid. In de eerste plaats is de E-test geen instrument om eigenschappen van personen te meten. Er zijn slechts twee (desnoods vier) kritische pro-

blemen en er is slechts één extinktiefprobleem. Een test die met enige betrouwbaarheid iets wil zeggen over een persoon, moet veel langer zijn en moet bovendien bestaan uit items die onafhankelijk van elkaar beantwoord kunnen worden. Aan beide voorwaarden voldoet de E-test geenszins. De E-test is uitsluitend geschikt om iets te meten aan een groep proefpersonen. Vandaar ook dat de uitslag van de test een percentage is. Men kan dus met de E-test groepen proefpersonen vergelijken, maar niet twee afzonderlijke proefpersonen.

In de tweede plaats hebben vele onderzoekers aangetoond dat rigiditeit gezien moet worden als een vorm van gedrag (een specifieke reactie in een specifieke situatie) en niet als een algemene persoonlijkheidstreik (zie b.v. Foster, Vinacke en Digman, 1955). De E-test brengt de proefpersoon in de zeer speciale situatie van een bepaald aritmetisch probleem. Uit de reactie van de proefpersoon in die situatie is nauwelijks een zinvolle konklusie te trekken over zijn persoon in het algemeen. Wie dat toch wil, zal veel meer en andersoortiger informatie over hem moeten inwinnen. Dit wil aan de andere kant niet zeggen, dat er geen relatie zou bestaan tussen Einstellung en rigiditeit enerzijds en persoonlijkheidskenmerken anderzijds. Maar deze relatie is tamelijk ingewikkeld.

De uitslag van de E-test is dus een groepsscore. Ook zal later blijken dat deze score afhankelijk is van allerlei factoren die weinig of niets te maken hebben met de persoonlijkheid van de proefpersonen, maar wel met b.v. de wijze waarop we het onderwijs inrichten.

Wat nu de waardering van Einstellung en rigiditeit als verschijnsel in een groep van proefpersonen betreft: Luchins en Luchins (1950) stellen dat er ten aanzien van Einstellung onderscheiden moet worden in drie mogelijkheden: (1) De setregel (b.v. $B - A - 2C = D$) wordt ontdekt en bewust gegeneraliseerd van probleem naar probleem; (2) Het setgedrag is gevolg van een mechanisering van het gedrag; (3) Aanvankelijk wordt het setgedrag bewust gegeneraliseerd naar het volgende probleem, doch later wordt het een mechanisch reageren. Nu schijnt mogelijkheid 1 tot de uitzonderingen te behoren, zodat Einstellung vrijwel altijd als een blinde mechanisering van het gedrag moet worden opgevat. Dit mechanische karakter van het gedrag openbaart zich speciaal bij het falen op het extinktiefprobleem. Luchins (1942) spreekt in dit verband van 'a mechanized state of mind, a blind attitude towards problems'.

De meeste onderzoekers waarderen Einstellung dan ook in negatieve zin. Einstellung wordt gezien als een gedachteloos toepassen van een regel, zonder zich af te vragen of die regel effectief is in de gegeven omstandigheden. Luchins meende dat de gebruikelijke methoden van het rekenonderwijs, die erg de nadruk legden op training en drill, hiervoor verantwoordelijk zouden zijn. Hij stelde dat het niet de gewoonte was problemen toe te voegen die andere oplossingsprocedures vroegen dan de zojuist geleerde. Daardoor leerde de leerling niet te diskrimineren tussen situaties waarin verschillende oplossingsmethoden gebruikt moesten worden. Luchins en Luchins (1950) drukken het gevolg hiervan zeer plastisch uit: 'Our schools may be concentrating so much on having the child master the habits, that the habits are mastering the child.' Deze kritiek op de training- en drillmethoden in het onderwijs van de jaren vijftig en daarvoor is vrij algemeen, ook voor het wiskundeonderwijs (zie

b.v. Johnson en Rising, 1972, p. 9). Toch lijkt hiermee niet het laatste woord gezegd.

Van der Geer (1957, p. 68) merkt op, dat er geen reden is het seteffekt uitsluitend negatief te beoordelen. Als voorbeeld geeft hij het gebruik van het decimale stelsel in onze kultuur, waardoor we niet gemakkelijk kunnen overstappen op het binaire stelsel, ook niet in situaties waarin dit laatste efficiënter is. Dit voorbeeld van een macro-methode doet enigszins gekunsteld aan in vergelijking met de micro-methode van de regel $B - A - 2C = D$ op de E-test. Waar het echter om gaat, is een set te beschouwen binnen het geheel van doelstellingen waarbinnen hij moet functioneren. Wat de E-test betreft is het duidelijk dat als de set tijdens de eerste twee setproblemen wordt opgebouwd, hij het oplossen van de laatste drie setproblemen kan bevorderen. De set is dus niet altijd een negatieve wijze van functioneren. Integendeel. Levitt en Zelen (1953) hebben aangetoond dat de set op de $B - A - 2C$ -regel zelfs het oplossen van de kritische problemen bespoedigt. Weliswaar kost het rekenen meer tijd dan bij het gebruik van de eenvoudiger $A - C$ -regel, maar er is geen tijd meer nodig voor het inspekteren van de aangeboden getallen. Als we de snelheid waarmee de problemen opgelost moeten worden als criterium nemen, dan is de setoplossing dus zeker niet minder effectief.

Naar mijn eigen mening gaat het bij het seteffekt niet zo zeer om een door het onderwijs aangeleerde attitude, hoewel een bepaalde inrichting van het onderwijs het seteffekt wel in de hand kan werken, als wel om een fundamenteel kenmerk van menselijk leren en denken. De automatisering die de mens als van nature verwerft ten aanzien van herhaaldelijk uit te voeren handelingen, verwerft hij ook ten aanzien van herhaaldelijk uit te voeren mentale operaties. Dit kan uiterst effectief zijn. De werking van een set wordt pas negatief in een situatie waarin het setgedrag niet meer beantwoordt aan de doelstellingen die het individu ermee nastreeft. Dit is bijvoorbeeld het geval bij het extinktieprobleem. De Einstellung gaat dan over in rigiditeit. Alle onderzoekers zijn het er over eens dat de werking van de set dan negatief beoordeeld moet worden. Maar in het geval van zogenaamde kritische situaties (zoals de kritische problemen van de E-test) vereist mijns inziens de beoordeling van het setgedrag een nauwkeurige analyse van doelstellingen.

Ik zou echter nog een stap verder willen gaan en aantonen dat setgedrag in sommige gevallen zelfs een positieve beoordeling verdient. Daarvoor verwijs ik naar voorbeeld 3 uit paragraaf 2. Zoals we reeds zagen wordt er in de opgaven c. 1. t/m c. 4. een oplossing opgebouwd die in c. 3. en c. 4. uit drie stappen bestaat, namelijk eerst het grondtal van de macht gelijk maken aan het grondtal van de logaritme, vervolgens het toepassen van $p \cdot {}^q\log a = {}^q\log a^p$ en tenslotte de stap $g^{{}^q\log x} = x$. Door nu in de opgaven c. 1. en c. 2. een set aan te brengen op de regel $g^{{}^q\log x} = x$ is het mogelijk de komplexere oplossing van de opgaven c. 3. en c. 4. sneller op te bouwen. Het streven naar toepassing van de setregel wordt zo een belangrijke determinant voor het opbouwen van een uit verschillende stappen bestaande oplossing. De leerling die de oplossing van c. 1. en c. 2. niet generaliseert naar c. 3. zou bij c. 3. wel eens in een impasse kunnen raken, niet wetend in welke richting de eerste stap van de oplossing gedaan moet worden. Als deze analyse juist is, dan is hiermee aangetoond dat het positief

dan wel negatief waarderen van setmatig, min of meer mechanisch gedrag afhankelijk is van de leerdoelen die met dit gedrag worden nagestreefd. Waar het nu naar mijn inzicht voor het onderwijs op aankomt, is een nauwkeurige analyse van de leerdoelen en de leerstof. In al die gevallen waarin men setmatig gedrag van leerlingen wenst te voorkomen, zal men in de leerstof in ieder geval een fase moeten inbouwen, waarin de voornaamste doelstelling is de leerlingen te leren in problemen van verschillende aard steeds de effectiefste oplossingsmethode te gebruiken. Dat dit eenvoudiger gezegd is dan gedaan, hoop ik in een later artikel te bespreken.

5 Tenslotte

In dit artikel heb ik de begrippen *Einstellung* en rigiditeit ingevoerd als twee aspecten van setvorming. Hoe men *Einstellung* ook waardeert, rigiditeit kan men nimmer toejuichen. En *Einstellung* is het doorgangshuis naar rigiditeit. Vandaar dat het zinvol is zich met beide verschijnselen bezig te houden. In het volgende artikel zal ik enkele factoren behandelen die op de vorming van een set van invloed zijn.

Lezers die waardevolle reacties op dit of een van de volgende artikelen hebben, verzoek ik deze te zenden aan schrijver dezes, p.a. Technische Hogeschool, Julianalaan 132, Delft. Wellicht is het mogelijk enkele daarvan te verwerken in het slotartikel. Met name ook voorbeelden uit leerboeken (zie voorbeeld 3 in paragraaf 2) zijn van harte welkom.

Literatuur

- Foster, N. C., Vinacke, W. E., Digman, J. M., *Flexibility and rigidity in a variety of problem situations*, J. abn. soc. Psychol., 1955, 50, p. 211-216.
- Geer, J. P. van der, *A psychological study of problem-solving*, Leiden, 1957.
- Johnson, D. A., Rising, G. R., *Guidelines for teaching mathematics*, Belmont, California, 1972. 2e druk.
- Kemme, S., *Niveaus van wiskundig handelen en lerarenopleiding*, Euclides, 1978, 54, p. 8-14.
- Levitt, E. E., Zelen, S. L., *The validity of the Einstellung test as a measure of rigidity*, J. abn. soc. Psychol., 1953, 48, p. 573-580.
- Luchins, A. S., *Mechanization in problem solving*, Psychol. Monogr., 1942, 54, Whole No. 248.
- Luchins, A. S., Luchins, E. H., *New experimental attempts at preventing mechanization in problem solving*, J. gen. Psychol., 1950, 42, p. 279-297. (Een uittreksel hiervan in: Wason, P. C., Johnson-Laird, P. N., *Thinking and reasoning*, Penguin Books, 1968).
- Luchins, A. S., Luchins, E. H., *Rigidity of behavior*, University of Oregon Books, 1959.
- Moderne Wiskunde*, Deel 7 voor vwo, Wolters-Noordhoff, Groningen, z.j., 3e druk.